

# О методике аэродинамического расчета рециркуляционных циклонных устройств

С.В. Карпов, А.А. Загоскин

Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова

Авторами [1] было предложено использовать новый принцип организации внешней рециркуляции газов в циклонных устройствах (топках, печах и др.), при котором транспортировка теплоносителя с боковой поверхности циклонной камеры, где температура его наиболее высокая, в приосевую область осуществляется за счет перепада давления между пристенной и приосевой зонами циклонного потока.

Экспериментальное исследование аэродинамики циклонных устройств с внешней саморециркуляцией выполнено на металлической модели диаметром  $D_k=201\text{мм}$  (рис.1), основные геометрические характеристики которой приведены в работе [1]. Для определения коэффициента саморециркуляции  $k_c=Q_{\text{рец}}/Q_{\text{вх}}$  ( $Q_{\text{рец}}$ ,  $Q_{\text{вх}}$  – расходы рециркулируемого и входного газов) модель была дополнена камерой смешения 2 с внутренним диаметром 51 мм и длиной 450 мм, в мерном сечении которой определялся расход  $Q_{\text{рец}}$ . В эксперименте  $k_c$  изменялся в диапазоне 0..0.6.

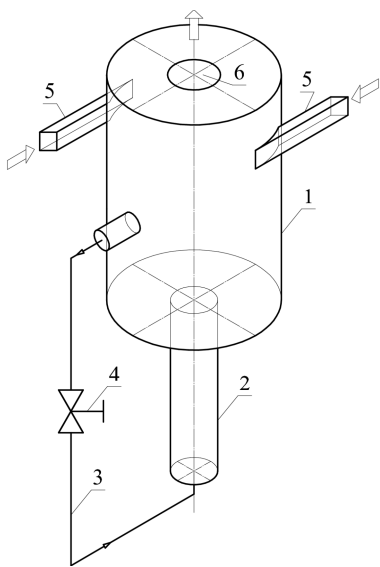


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

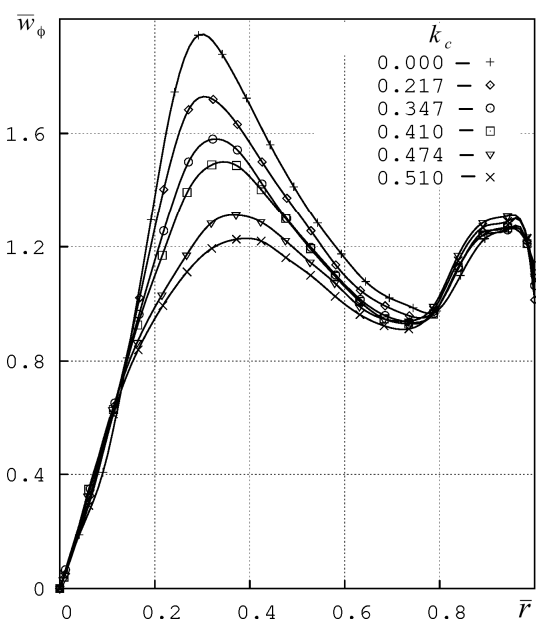


Рис. 2. Распределение тангенциальной скорости по радиусу при  $d_{\text{вых}}=0.3$

На рис.2 показаны радиальные профили тангенциальной скорости  $w_\varphi$  в объёме циклонной камеры с безразмерным диаметром выходного канала  $\bar{d}_{\text{ВЫХ}} = d_{\text{ВЫХ}}/D_k = 0.3$ , полученные экспериментально при различных значениях  $k_c$ . Как видно из рисунка, с увеличением  $k_c$  уровень  $w_\varphi$  в ядре потока снижается, а радиус  $r_{\text{ФМ}}$  положения максимума  $w_\varphi$  смещается к боковой стенке. Аналогичным образом изменяется поле тангенциальных скоростей и при  $\bar{d}_{\text{ВЫХ}} = 0.2; 0.4$ .

Одна из основных задач аэродинамического расчета циклонного устройства, в том числе и рециркуляционного - установить распределение тангенциальной скорости по радиусу его рабочего объёма, т. к. именно оно определяет многие аэродинамические характеристики устройства [2]: величину крутки потока, максимальную тангенциальную скорость  $w_{\text{ФМ}}$ , радиус  $r_{\text{ФМ}}$ , распределения статического  $P_c$  и полного  $P_\Pi$  давления по радиусу, коэффициенты аэродинамического сопротивления и аэродинамической эффективности и др.

Найдём аналитическое распределение тангенциальной скорости по радиусу циклонной камеры на основе осредненной по Рейнольдсу системы уравнений Навье-Стокса при следующих допущениях: 1) поток осесимметричный, стационарный, несжимаемый; 2) турбулентная вязкость  $\nu_t$  не изменяется по радиусу и значительно превышает молекулярную; 4) соотношение радиальной  $w_r$  и тангенциальной  $w_\varphi$  компонент скорости постоянно по радиусу [3].

Учитывая указанные допущения, уравнение движения для тангенциальной компоненты скорости можно представить в следующей форме [4]:

$$w_r \frac{dw_\varphi}{dr} + \frac{w_\varphi w_r}{r} = \nu_t \left( \frac{d^2 w_\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw_\varphi}{dr} - \frac{w_\varphi}{r^2} \right). \quad (2)$$

Используя условие на границе ядра течения  $w_{r\text{Я}}/w_{\varphi\text{Я}} = w_r/w_\varphi = \text{const}$ , уравнение (2) преобразуем к виду:

$$\frac{d(w_\varphi r)}{dr} = \frac{\nu_t}{w_{r\text{Я}} r_{\text{Я}} w_\varphi / w_{\varphi\text{Я}} \cdot r / r_{\text{Я}}} \left( r \frac{d^2(w_\varphi r)}{dr^2} - \frac{d(w_\varphi r)}{dr} \right). \quad (3)$$

Величина  $Re_r = w_{r\text{Я}} r_{\text{Я}} / \nu_t$  ( $\nu_t$  – турбулентная вязкость), называемая радиальным турбулентным числом Рейнольдса [3], в данном случае рассматривается как

число подобия. Представим уравнение (3) в безразмерном виде, используя выражения  $\bar{w}_\varphi = w_\varphi / w_{\varphi я}$ ;  $\psi = r / r_я$ :

$$\frac{d(\bar{w}_\varphi \psi)}{d\psi} = \frac{1}{Re_r (\bar{w}_\varphi \psi)} \left( \psi \frac{d^2(\bar{w}_\varphi \psi)}{d\psi^2} - \frac{d(\bar{w}_\varphi \psi)}{d\psi} \right). \quad (4)$$

Решение дифференциального уравнения (4) выглядит следующим образом:

$$\bar{w}_\varphi \psi = \frac{1}{Re_r} (2C_1 k^2 + 4)^{\frac{1}{2}} th \left( \frac{1}{2} \left( (2C_1 k^2 + 4)^{\frac{1}{2}} C_2 - (2C_1 k^2 + 4)^{\frac{1}{2}} \ln(\psi) \right) \right) - 2, \quad (5)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — постоянные интегрирования.

Заменим  $(2C_1 k^2 + 4)^{1/2} = \gamma$  и упростим уравнение (5) используя, выражение (6):

$$th \left( \frac{1}{2} (\gamma C_2 - \gamma \ln(\psi)) \right) = \frac{e^{\gamma C_2 - \gamma \ln(\psi)} - 1}{e^{\gamma C_2 - \gamma \ln(\psi)} + 1} = \frac{e^{\gamma C_2} \psi^{-\gamma} + 1 - 2}{e^{\gamma C_2} \psi^{-\gamma} + 1} = 1 - \frac{2}{(C_2 / \psi)^\gamma + 1}; \quad (6)$$

$$\left( \frac{C_2}{\psi} \right)^\gamma = \frac{\gamma + 2 + Re_r \bar{w}_\varphi \psi}{\gamma - 2 - Re_r \bar{w}_\varphi \psi}. \quad (7)$$

Из граничных условий задачи найдем постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$ : 1) при  $\psi=0$  и  $\bar{w}_\varphi=0$   $\gamma=2$ ; 2) при  $\psi=1$  и  $\bar{w}_\varphi=1$   $C_2^2 = - (4 + Re_r) / Re_r$ . После подстановки  $C_1$  и  $C_2$  в уравнение (7) получим:

$$\bar{w}_\varphi = \frac{4\psi}{Re_r (1 - \psi^2) + 4}. \quad (8)$$

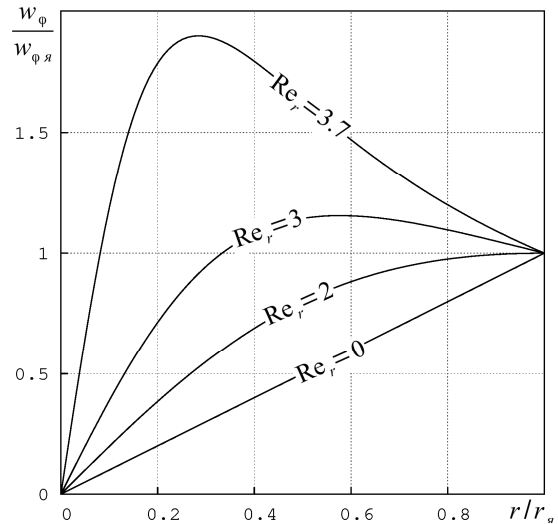


Рис.3 - Распределение тангенциальной скорости по радиусу при различных  $|Re_r|$

На рис.3 показаны радиальные профили безразмерной тангенциальной скорости, рассчитанные по формуле (8) при различных значениях  $Re_r$ . Как видно из рис.3, с уменьшением  $Re_r$  максимум  $w_\varphi$  смещается к периферии, общий уровень  $w_\varphi$  снижается. В предельном случае при  $Re_r=0$  отсутствует квазипотенциальное течение, и весь объем газа вращается как квазитвёрдое тело. Существование данного режима подтверждается результатами численного моделирования циклонного течения при  $k_c=1$ , а также экспериментальными данными [4].

Найдем положение и величину максимума тангенциальной скорости, определив экстремум функции (8). При  $(d \bar{w}_\varphi) / d\psi = 0$ :

$$\frac{r_{\varphi m}}{r_{\text{я}}} = \sqrt{-\frac{4}{\text{Re}_r} - 1}; \quad \frac{w_{\varphi m}}{w_{\varphi \text{я}}} = \frac{2\sqrt{-4/\text{Re}_r - 1}}{\text{Re}_r + 4}. \quad (9)$$

Используя выражения (9), перейдем к безразмерным координатам  $\bar{w} = \bar{w}_{\varphi} / \bar{w}_{\varphi m}$ ;  $\eta = r/r_{\varphi m}$ :

$$\frac{-2\sqrt{-4/\text{Re}_r - 1}}{\text{Re}_r + 4} = \frac{4\eta\sqrt{-4/\text{Re}_r - 1}}{\text{Re}_r(1 - \eta^2(-4/\text{Re}_r - 1)) + 4} = \frac{4\eta\sqrt{-4/\text{Re}_r - 1}}{(\eta^2 + 1)(\text{Re}_r + 4)}. \quad (10)$$

Формула (10) после сокращений преобразуется к виду известной аппроксимации  $\bar{w}$  Вулиса-Устименко [4] и становится независимой от радиального турбулентного числа Рейнольдса:

$$\bar{w} = \frac{2\eta}{\eta^2 + 1}. \quad (11)$$

Выражения для радиуса  $\eta_{\text{я}}$  и  $\text{Re}_r$  (9) можно представить в виде:

$$\eta_{\text{я}} = \frac{r_{\text{я}}}{r_{\varphi m}} = \sqrt{-\frac{\text{Re}_r}{4 + \text{Re}_r}}; \quad \text{Re}_r = \frac{-4\eta_{\text{я}}^2}{\eta_{\text{я}}^2 + 1}. \quad (12)$$

Зависимость (11) запишем в обобщённом виде [2]

$$\bar{w} = \left( \frac{2\eta}{\eta^2 + 1} \right)^n, \quad (13)$$

где  $n$  – показатель степени, определяемый условиями генерации закрутки: достижения максимума циркуляции  $\Gamma = \bar{w} \cdot \eta$  на границе ядра,  $n = \frac{\eta_{\text{я}}^2 + 1}{\eta_{\text{я}}^2 - 1} = -\frac{2}{\text{Re}_r + 2}$ .

Использование радиального турбулентного числа Рейнольдса удобно для анализа аэродинамики циклонных рециркуляционных устройств с отбором газа с их боковой поверхности, т. к: 1) исходя из уравнения (12) и эмпирических зависимостей для  $r_{\text{я}}$  и  $r_{\varphi m}$ , приведенных в работе [2], оно должно определяться соотношением площадей входа  $f_{\text{вх}}$  и выхода  $f_{\text{вых}}$  потока; 2) величина радиального расхода  $w_r r$  изменяется обратно пропорционально  $k_c$ ; 3) изменение величины  $v_t$  также можно представить в виде функции  $k_c$ ; 4) при  $k_c=1$  значение  $\text{Re}_r=0$ . Следуя указанным предположениям,  $\text{Re}_r$  можно описать уравнением вида:

$$\text{Re}_r = AKo^{\beta}, \quad (14)$$

где  $A, \beta$  – опытные константы;  $Ko = \left( \frac{f_{\text{вх}}}{f_{\text{вых}}} (1 - k_c^{1.6}) \right)$  – безразмерный комплекс.

На рис.4 показана зависимость (14), где  $Re_r$  определено из экспериментальных данных по зависимостям (12). Расчетные соотношения, обозначенные на рисунке сплошными линиями, имеют следующий вид:

$$Re_r = 4.5Ko^{0.31} \text{ при } f_{\text{вх}}/f_{\text{вых}} < 0.52; \quad (15)$$

$$Re_r = 3.7Ko^{0.04} \text{ при } f_{\text{вх}}/f_{\text{вых}} > 0.52. \quad (16)$$

На рис.5 в качестве примера показано сопоставление опытного распределе-

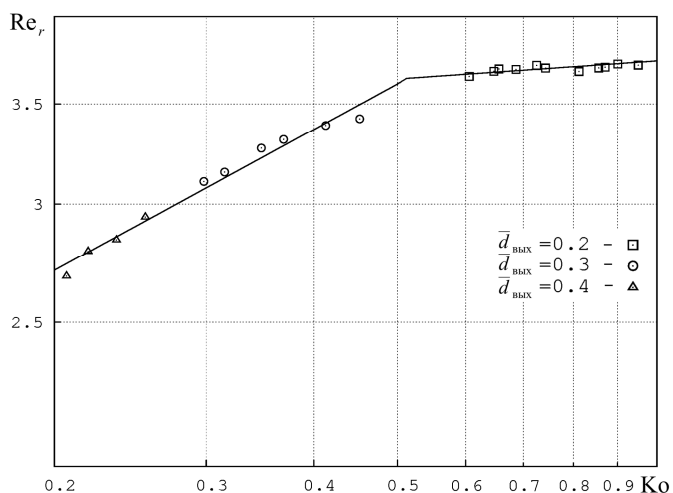


Рис.4 - Зависимость  $Re_r$  от  $Ko$

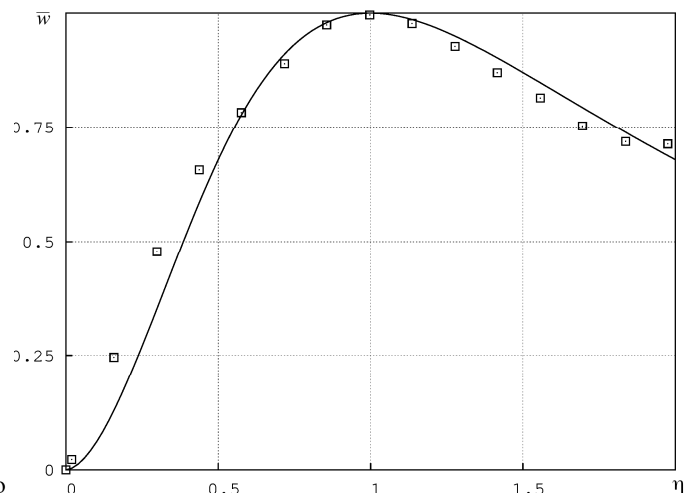


Рис.5 - Распределение тангенциальной скорости по радиусу при  $\bar{d}_{\text{вых}}=0.3, k_c=0.47$

ния  $\bar{w}=\bar{w}(\eta)$ , (обозначено значками) с аналитическим по формуле (13) (линия), где  $Re_r$  определено по (15). Как видно из представленных данных, расчётная кривая  $\bar{w}$  вполне удовлетворительно согласуется с экспериментальной.

#### Библиографический список

1. Карпов С.В., Сабуров Э.Н., Загоскин А.А. К вопросу о физическом моделировании внешней саморециркуляции газов в циклонных устройствах // Сб. трудов VII Международной науч.-техн. конференции «Автоматизация и энергосбережение». Вологда, 13-15 марта 2012 г. С.174 – 177.
2. Карпов С.В., Сабуров Э.Н., Высокоэффективные циклонные устройства для очистки и теплового использования газовых выбросов. - Архангельск: Изд-во АГТУ, 2002. - 504 с.
3. Гольдштик М.А., Вихревые потоки. - Новосибирск: Наука, 1981. - 365 с.
4. Вулис Л.А., Устименко Б.П. Об аэродинамике циклонной топочной камеры// Теплоэнергетика. 1954. № 9. С.3-10.
5. Брук Ю.Г., Пуговкин А.У. Исследование движения газов и конвективного теплообмена в вертикальных рециркуляционных печах. - В кн.: Оптимизация металлургических процессов. М., 1971, Вып.5, с.351-355.